

Wykład 2

Podstawowe techniki i struktury:

- metoda *dziel i zwyciężaj*
- metoda *zachłanna*
- programowanie *dynamiczne*
- algorytmy *probabilistyczne*

Dziel i zwyciężaj

Jeżeli problem można podzielić na kilka mniejszych, niezależnych pod-problemów i rozwiązać je rekurencyjnie a na końcu połączyć je w rozwiązanie całego problemu, możemy zastosować metodę "dziel i zwyciężaj".

Ta metoda jest często stosowana, np. w algorytmie:
sortowania szybkiego lub
binarnego wyszukiwania elementu w posortowanej tablicy.

Algorytm **sortowania szybkiego** jest uważany za najszybszy algorytm dla danych losowych.

Zasada jego działania opiera się o metodę dziel i zwyciężaj.

Zbiór danych zostaje podzielony na dwa podzbiory i każdy z nich jest sortowany niezależnie od drugiego.

Dla zadanej tablicy $a[l..p]$ wybieramy element $v=a[l]$ i przeszukujemy resztę tablicy (tzn. $a[l+1..p]$) tak długo, aż nie znajdziemy elementu większego niż $a[l]$.

Następnie przeszukujemy tę tablicę od strony prawej póki nie znajdziemy elementu nie większego niż $a[l]$.

Gdy to osiągniemy, zamieniamy miejscami te dwa elementy i zaczynamy cały proces od początku.

Algorytm działa tak długo, aż wskaźnik poruszający się w lewo i wskaźnik poruszający się w prawo spotkają się.

Należy wówczas zamienić element $v=a[l]$ z ostatnim elementem lewej części tablicy.

Mimo, że w najgorszym przypadku algorytm ma złożoność kwadratową, jest on bardzo często stosowany.

Powodem tego jest niska liniowo-logarytmiczna, złożoność oczekiwana.

Metoda "zachłanna"

Metoda "zachłanna" polega na rozpatrywaniu danych w kolejności uporządkowanej, np. dane posortowane.

W danym kroku wybierane są te dane, które są najodpowiedniejsze.

Najczęściej metoda ta prowadzi do otrzymania rozwiązania przybliżonego, choć istnieją problemy, dla których metoda zachłanna daje rozwiązanie optymalne.

Przykład:

Znaleźć w macierzy A taki podzbiór elementów, że:

1. w każdej kolumnie znajduje się dokładnie jeden wybrany element,
2. suma elementów wybranych jest maksymalna.

Optymalny algorytm oparty o metodę zachłanną przedstawia się następująco:

Wybieraj elementy z kolejnych kolumn o maksymalnych wartościach, dla których spełniony jest warunek 1.

"Zachłanność" tego algorytmu polega na wybieraniu największego elementu, czyli elementu najbardziej odpowiedniego w danej chwili (nie interesują nas wybory dokonane w przeszłości).

Powyższy problem można łatwo zmodyfikować do postaci, której nie można rozwiązać za pomocą algorytmu zachłannego; dodajmy warunek:

1'. z każdego wiersza może być wybrany co najwyżej 1 element.

W takim przypadku musimy już brać pod uwagę wybory dokonane w poprzednich krokach (by móc spełnić warunek 1').

Programowanie Dynamiczne

Metoda ta jest pewnym rozszerzeniem metody **"dziel i zwyciężaj"**.

Jeżeli pod-problemy, na które został podzielony problem główny, nie są niezależne to w różnych pod-problemach wykonywane są wiele razy te same obliczenia, warto jest wtedy zastosować ulepszenie tej metody-**programowanie dynamiczne**.

Wyniki obliczeń są zapamiętywane w tablicy pomocniczej, która jest wykorzystywana w kolejnych krokach algorytmu, co eliminuje potrzebę wielokrotnego wykonywania tych samych obliczeń.

Prowadzi to do widocznego obniżenia złożoności obliczeniowej.

Przykładem może być obliczanie symbolu Newtona. Rekurencyjna funkcja wyznaczająca ten współczynnik ma złożoność wykładniczą.

Po zastosowaniu programowania dynamicznego złożoność maleje do $O(n^2)$.

Programowanie dynamiczne polega więc na wykonaniu obliczeń każdego pod-problemu tylko raz i zapamiętaniu jego wyniku w tabeli.

W każdym kolejnym kroku można z tej tabeli korzystać.

Programowanie dynamiczne jest zazwyczaj stosowane w rozwiązywaniu problemów optymalizacyjnych, prowadzi to często do wyznaczenia kilku równoznacznych, optymalnych rozwiązań.

Taka metoda tworzenia algorytmów znalazła zastosowanie m.in. w rozwiązywaniu problemu plecakowego, w optymalnym mnożeniu ciągu macierzy.

Jest także stosowana w automatach do kawy przy wydawaniu reszty w taki sposób, by monet było najmniej.

Algorytmy probabilistyczne

Algorytmy probabilistyczne to grupa algorytmów, które wykorzystują losowanie do uzyskania rozwiązania.

Stosowane w systemach współbieżnych procesów ubiegających się o współdzielone zasoby systemu komputerowego.

W wielu przypadkach nie istnieje w pełni rozproszone (tzn. bez centralnej pamięci i centralnego procesora) i symetryczne (identyczność protokołu) rozwiązanie wolne od blokady.

Wtedy stosuje się algorytmy probabilistyczne.

Nie mamy pewności, że konstruuje one rozwiązania poprawne, wiemy jednak, że dają je z prawdopodobieństwem równym 1.

Rozwiązanie *Problemu pięciu filozofów* z wykorzystaniem algorytmu probabilistycznego.

Problem 5 filozofów:

Przy stole siedzi pięciu filozofów, którzy na przemian jedzą spaghetti ze wspólnej miski oraz myślą.

Żeby się najeść filozof potrzebuje dwa widelce, przy czym każdy z widelców jest współdzielony z sąsiadem.

Każdy z filozofów wykonuje cyklicznie następujące czynności: myśli, bierze widelce, je, odkłada widelce i znowu myśli.

Widelec jest używany w trybie wyłącznym, czyli tylko jeden z dwóch siedzących obok siebie filozofów może z niego korzystać.

Ponadto filozof może korzystać tylko z widelców leżących bezpośrednio przy nim.

Należy napisać taki algorytm, aby:

1. nie doszło do zakleszczenia
2. nie doszło do zagłodzenia żadnego z filozofów

Algorytm probabilistyczny:

1. Rzuć monetę, by wylosować lewą lub prawą stronę
2. Czekaj aż wylosowany widelec będzie wolny i podnieś go
3. Jeśli drugi widelec jest zajęty to odłóż podniesiony widelec i przejdź do kroku 1.
4. Jeśli drugi widelec jest wolny to go podnieś
5. Jedz
6. Odłóż oba widelce

Przy takim algorytmie prawdopodobieństwo, że n filozofów podniesie ten sam widelec wynosi $1/2^n$ i z każdą następną próbą maleje 2^n krotnie.

Zastosowanie w protokole dostępu do sieci Ethernet, w tzw. technice CSMA/CD.

Technika ta wykorzystuje mechanizm detekcji kolizji: do wspólnego medium (współdzielony zasób) podłączony jest szereg stacji roboczych.

Każda stacja wykonuje następujący algorytm: stacja śledzi stan medium i zaczyna nadawać, gdy medium jest wolne.

Gdy dojdzie do kolizji, tzn. gdy dwie stacje jednocześnie zaczną nadawać, wszystkie stacje przerywają nadawanie i wznowiają je po losowo wybranym odcinku czasu.